

## Barem de notare clasa a VI a

### Problema nr. 1

Fie  $S = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^{2027}$ .

- a) Calculați :  $1 + 7 + 7^2$  și  $1 + 7 + 7^2 + 7^3$ ;  
b) Demonstrați că  $S$  este divizibil cu 57, 4, 25, respectiv 200.

Prof. Daniela Boanță

Colegiul Național Ion Maiorescu, Giurgiu

a)  $1 + 7 + 7^2 = 57$ .....2p

$1 + 7 + 7^2 + 7^3 = 400$ .....2p

b) Grupăm termenii din  $S$  câte 3 și obținem 676 grupe .....2p

Dăm factor comun și avem că :  $S = (1 + 7 + 7^2) + \dots + 7^{2025}(1 + 7 + 7^2) =$

$= 57 \cdot (1 + 7^3 + \dots + 7^{2025})$ .....3p

Atunci  $S$  se divide cu 57.....3p

Grupăm termenii din  $S$  câte 4 și obținem 507 grupe .....2,5p

Dăm factor comun și avem că :

$$S = (1 + 7 + 7^2 + 7^3) + \dots + 7^{2024}(1 + 7 + 7^2 + 7^3) =$$

$= 400 \cdot (1 + 7^4 + \dots + 7^{2024})$ .....3p

Observăm că  $400 = 4 \cdot 100 = 25 \cdot 16 = 200 \cdot 2$ .....2p

Drept urmare, dacă  $S$  se divide cu 400, automat se divide cu toți divizorii lui 400,

printre care sunt și 4, 25, respectiv 200.....3p

### Problema nr. 2

- a) Câte fracții ordinare supraunitare au suma dintre numărător și numitor egală cu 2026?  
b) Câte dintre fracțiile de la punctul a) sunt ireductibile?

Prof. Dincă Gabriela Camelia

Școala Gimnazială nr. 7, Giurgiu

Prof. Dincă Iulian Viorel

Școala Gimnazială Mihai Eminescu, Giurgiu

Barem:

a)  $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b, b \neq 0$  (1)

$a + b = 2026 \Rightarrow a = 2026 - b$  (2)

- Din (1) și (2)  $\Rightarrow 2026 - b > b \Rightarrow b < 1013 \Rightarrow 1012$  fracții supraunitare.....5p
- b)  $\frac{2026-b}{b}$  fracție ireductibilă  $\Leftrightarrow (2026 - b, b) = 1$ .....4p
- Fie  $(2026 - b) : d$  și  $b : d \Rightarrow 2026 : d \Rightarrow d \in \{1, 2, 1013, 2026\}$ .....4p
- Dacă  $d=1$  atunci fracția este ireductibilă.
- Numărăm câte fracții sunt reducibile:
- Dacă  $d=2$ , atunci  $b : 2, b < 1013$  și  $b \neq 0 \Rightarrow b \in \{2, 4, 6, \dots, 1012\}$ -----0,5p
- Deci sunt 506 fracții reducibile.....5p
- Dacă  $d=1013$  sau  $d=2026$  este imposibil pentru că  $d \leq b$ .
- Așadar  $1012-506=506$  fracții sunt ireductibile.....4p

### Problema nr. 3

Fie  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{13}$  puncte distincte în plan și dreapta  $d$  pe care sunt situate punctele  $A_1, A_2, \dots, A_5$ , celelalte 8 fiind exterioare dreptei  $d$ . Orice dreaptă diferită de  $d$  conține cel mult două puncte dintre cele 13 date. Aflați numărul dreptelor determinate de cele 13 puncte.

Gazeta matematică nr. 9/2025

Barem:

Cele 8 puncte exterioare dreptei  $d$  determină cu fiecare dintre cele 5 puncte de pe dreapta  $d$  câte 8 drepte distincte.

$$5 \cdot 8 = 40 \text{ de drepte distincte} \dots\dots\dots 11p$$

Cele 8 puncte exterioare dreptei  $d$  formează:

$$7+6+5+\dots+1=(7 \cdot 8): 2 = 28 \text{ de drepte distincte} \dots\dots\dots 5,5p$$

Împreună cu dreapta  $d$  sunt

$$40+28+1=69 \text{ de drepte distincte determinate de cele 13 puncte date} \dots\dots\dots 6p$$

### Problema nr. 4

Unghiurile  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$  sunt adiacente suplementare, iar semidreptele  $OM$  și  $ON$  sunt, respectiv, bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$ .

- a) Calculați măsura unghiului  $\angle MON$ .  
 b) Dacă semidreapta  $OT$  este bisectoarea unghiului  $\angle BON$  și unghiul  $\angle TOC = 6 \cdot \angle AOM$ , aflați măsurile unghiurilor  $\angle AOB$  și  $\angle BOC$ .

Prof. Felicia Mădălina Mocanu  
 Colegiul Național Ion Măiorescu, Giurgiu

Barem:

- a)  $\angle AOB$  și  $\angle BOC = 180^\circ$

$$(OM - \text{bisectoarea } \angle AOB \Rightarrow \angle AOM = \angle MOB = \frac{\angle AOB}{2} \dots \dots \dots 3p$$

$$(ON - \text{bisectoarea } \angle BON \Rightarrow \angle BON = \angle NOC = \frac{\angle BOC}{2} \dots \dots \dots 4p$$

$$\angle MON = \angle MOB + \angle BON = \frac{\angle AOB + \angle BOC}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \dots \dots \dots 4p$$

- b) Notăm  $\angle AOM = \angle MOB = x$   
 și

$$(OT - \text{bisectoarea } \angle BON \Rightarrow \angle BOT = \angle TON = \frac{\angle BON}{2} = y$$

$$\angle BON = \angle NOC = 2y$$

$$\Rightarrow x + 2y = 90^\circ (1) \dots \dots \dots 5p$$

$$\angle TOC = \angle TON + \angle NOC = 3y$$

$$\angle TOC = 6 \cdot \angle AOM \Rightarrow 3y = 6x \Rightarrow y = 2x \dots \dots \dots 3p$$

$$\text{în relația (1)} \Rightarrow x + 4x = 90^\circ \Rightarrow 5x = 90^\circ \Rightarrow$$

$$x = 18^\circ; y = 36^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 2x = 36^\circ \text{ și } \angle BOC = 4y = 144^\circ \dots \dots \dots 3,5p$$

Oficiu ..... 10p